

Cinematica del punto: velocità nel moto circolare uniforme

Come caso particolarmente semplice e interessante di moto curvilineo si considera quello di uno punto che percorre a velocità costante una traiettoria circolare di raggio R assegnato. È facile scrivere nel piano xy le leggi orarie del punto secondo le espressioni

$$x(t) = R \cos \omega t,$$

$$y(t) = R \sin \omega t,$$

nelle quali si è introdotta la velocità angolare del punto definita, in questo esempio, come $\omega = d\theta/dt$, essendo l'angolo θ la misura dello spostamento angolare del punto a partire da un dato riferimento. Risulta subito che $v = \omega R$. La velocità angolare si misura in radienti al secondo, ed è dunque dimensionalmente equivalente a un inverso del tempo. Si osservi anzitutto che, come previsto dalla definizione dello spostamento vettoriale che individua la posizione del punto nel piano, risulta

$$\sqrt{x^2 + y^2} = R.$$

Si calcolano poi le componenti cartesiane della velocità secondo le

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt} = -\omega R \sin \omega t,$$

$$v_y(t) = \frac{dy}{dt} = \omega R \cos \omega t .$$

Osserviamo le seguenti proprietà: il modulo della velocità si calcola e risulta pari a ωR , come sopra scritto, e vale anche la $\mathbf{v} \cdot \mathbf{r} = 0$, ossia la velocità è costantemente perpendicolare al raggio vettore, e dunque alla traiettoria circolare del punto, come enunciato nella scheda precedente. Le relazioni sopra scritte sono valide per moti circolari percorsi sia a velocità costante (moti uniformi) che a velocità variabile. La velocità “periferica” (cioè v) costante implica la costanza della velocità angolare, e viceversa.

Siccome la velocità vettoriale istantanea risulta sempre diretta secondo la tangente alla traiettoria punto per punto, anche in caso di velocità costanti in modulo, lo studio di questo semplice esempio permette di intuire che una definizione vettoriale di accelerazione, cioè di misura della variazione vettoriale di velocità, dovrà tenere conto esplicitamente del fatto che in una traiettoria curva la velocità (eventualmente costante in modulo) cambia direzione, e ciò implica l'esistenza di un'accelerazione di nuovo tipo rispetto quella considerata nei moti rettilinei.

