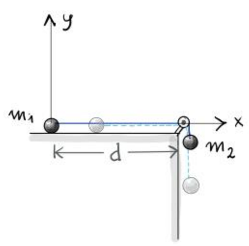
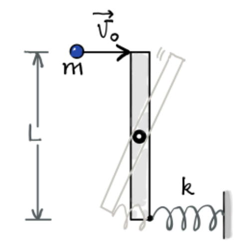
1. Si considerino due masse puntiformi collegate da una fune ideale (priva di massa, flessibile, inestensibile) come nel disegno: la fune scorre liberamente su un perno liscio che la mantiene parallela al profilo liscio sul quale è appoggiata una delle due masse. Inizialmente la massa di destra (m_2) sporge di pochissimo dal bordo del profilo di modo che essa inizi fin da subito ad accelerare verticalmente verso il basso trascinando con sé la massa di sinistra (m_1). La fune ha lunghezza d e dunque, all'inizio del moto, assumere che la massa di sinistra si trovi a distanza d dal bordo del profilo. L'accelerazione di gravità al suolo è nota e pari a g.



    a. Si ottenga, in funzione di m_1, m_2 e g un'espressione per il modulo dell'accelerazione delle due masse rispetto un sistema di riferimento solidale con il profilo e inerziale;
    b. si ottenga, in funzione di m_1, m_2 e g un'espressione per il modulo dell'accelerazione del centro di massa delle due masse ancora nel riferimento inerziale;
    c. si determini la traiettoria compiuta dal centro di massa specificandola formalmente e disegnandola in un riferimento cartesiano come quello raffigurato, ovvero solidale con il profilo, inerziale, con gli assi paralleli ai lati del profilo e con l'origine coincidente con la posizione inizialmente occupata dalla massa di sinistra m_1;
    d. sempre nel medesimo sistema di riferimento, si scrivano le leggi orarie delle coordinate e delle velocità cartesiane del centro di massa;
    e. si verifichi la consistenza della prima equazione cardinale per la dinamica di un sistema di particelle puntiformi descrivendo, per le due masse, i ruoli di tutte le forze implicate;
    f. ottenere la risposta alla domanda (a) di questo esercizio utilizzando esclusivamente la seconda equazione cardinale della dinamica.

2. Su un piano orizzontale perfettamente liscio è appoggiato un meccanismo costituito da un'asticella sottile omogenea di massa M e lunghezza L imperniata nel suo centro tramite un cuscinetto senza attrito e fissato al piano. A un suo estremo e perpendicolarmente a essa è fissata una molla ideale di costante elastica k inizialmente a riposo. A un dato istante, una massa puntiforme m viene lanciata contro l'estremo opposto della sbarretta e perpendicolarmente a essa con velocità v_0. In seguito alla collisione, l'asticella inizia a muoversi, ruotando attorno al suo centro e rimanendo vincolata alla molla. Immaginando due possibili modalità di urto istantaneo – perfettamente elastico in un caso e totalmente anelastico nell'altro - fra la massa incidente e l'asticella, trascurando qualsiasi attrito e limitandosi a piccole ampiezze di rotazione della sbarretta,



    a. si ottengano le velocità della massa proiettile dopo la collisione nei due casi di urto elastico e anelastico;
    b. si verifichi che in seguito agli urti il moto dell'asticella è – sempre nel limite suddetto di piccole oscillazioni - di tipo periodico armonico semplice attorno al cuscinetto centrale;
    c. si ottenga un'espressione delle frequenze di vibrazione dell'asta nei due casi di urto perfettamente elastico e anelastico in funzione di k, M e m;
    d. si stabilisca in che rapporto numerico devono risultare le masse M e m affinché la massima escursione angolare dell'asta nell'oscillazione causata dall'urto di tipo perfettamente elastico sia maggiore di quella del caso anelastico;
    e. nel caso numerico m=100 g, M=1.5 kg e v_0=25 cm/s si calcoli, sempre nei due possibili tipi di urto, l'energia totale meccanica dell'asta durante le sue oscillazioni.

NOME e COGNOME ________________________________ NUMERO di MATRICOLA _______________

NOME e COGNOME ________________________________ NUMERO di MATRICOLA _______________